

Nama : Mohammad Febryan Khamim

NRP : 5002221072

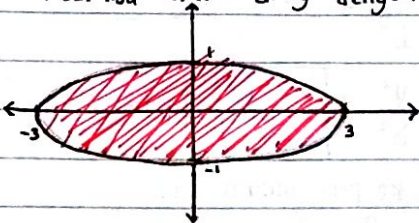
Tugas 2

Kalkulus Peubah Banyak (B)

Deadline : 6 Sept 2023

5. C. $f(x, y) = \ln(g - x^2 - gy^2)$
 Daerah Asal $\rightarrow g - x^2 - gy^2 > 0$
 $x^2 + gy^2 < g$
 $\rightarrow$ Coba gambarkan grafik $x^2 + gy^2 = g$
 $\rightarrow$ Coba manipulasi agar menjadi bentuk umum suatu grafik
 $\frac{x^2 + gy^2}{g} = 1$
 $\frac{x^2}{g} + \frac{y^2}{1} = 1$ (Persamaan umum elips)
 $\rightarrow \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$

merupakan persamaan elips dengan pusat (0,0) dan sumbu mayor di x dengan panjang 3 satuan serta sumbu minor di y dengan panjang 1 satuan.



Untuk tentukan daerah asal, coba uji titik :

$\rightarrow (3, 2) \Rightarrow 9 + 36 < 9$ (salah)
 $\rightarrow (2, 0) \Rightarrow 4 < 9$ (benar)
 $\rightarrow (2, -\frac{1}{2}) \Rightarrow 4 + \frac{9}{4} < 9$ (benar)

Jadi, sketsa daerah asal fungsi $f(x, y) = \ln(g - x^2 - gy^2)$ adalah daerah di dalam elips (diarsir merah).

Dari hasil tersebut, dapat dilihat bahwa ketika (0,0) didekati $y = mx$ hasilnya akan terus berubah tergantung gradien atau nilai m nya.

$\rightarrow$ Maka dapat disimpulkan bahwa :

$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{8x^2y^2}{x^4 + y^4}$ tidak ada.

12) Selidiki Kontinuitas fungsi.

$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{3x+5y}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = 0 \end{cases}$

Syarat Kontinuitas :

1). Fungsi terdefinisi

2). $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)}$ ada

3). $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} = f(0,0)$

1) Syarat ① terpenuhi

1) Syarat ② :

$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{3x+5y} = \dots$

1) Ketika (0,0) didekati garis $y = mx$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x+5(mx)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(3+5m)x}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3+5m}$
 $= \frac{1}{3+5m}$

Karena ketika (0,0) didekati oleh $y = mx$ hasilnya selalu berubah tergantung gradien atau nilai m nya, maka $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ TIDAK ADA

2) Jawaban : Karena $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ tidak ada, maka termasuk DISKONTINUITAS TAK DAPAT DIHILANGKAN

11 C. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{8x^2y^2}{x^4 + y^4}$

Cari nilai limit, jika memang ada, atau perlihatkan bahwa limit tidak ada.

1) Syarat nilai limit suatu fungsi di suatu titik ada : nilai ketika titik tersebut didekati dari semua arah akan tetap sama.

$\rightarrow$ Ketika (0,0) didekati oleh garis $y = mx$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2(mx)^2}{x^4 + (mx)^4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8m^2x^4}{(1+m^4)x^4}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8m^2}{(1+m^4)}$
 $= \frac{8m^2}{(1+m^4)}$

10. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{\sin^{-1}(xy-2)}{\tan^{-1}(3xy-6)}$

$$= \lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{\sin^{-1}(xy-2)}{\sin^{-1} 3(xy-2)} \cdot \cos^{-1}(3xy-6)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \cos^{-1}(3(2)(1)-6)$$

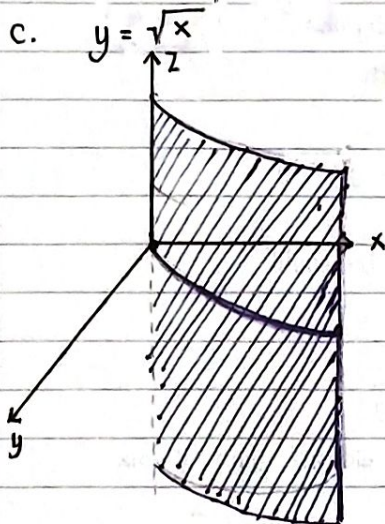
$$= \frac{1}{3} \cdot \cos^{-1}(0)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{2}$$

Jadi, $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{\sin^{-1}(xy-2)}{\tan^{-1}(3xy-6)} = \frac{\pi}{6}$

$$= \frac{\pi}{6}$$

14. Gambarkan permukaan bidang dalam ruang



15. b). $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

Coba sketsa :

→ Saat $x = 0$

$$\rightarrow \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

(di bidang YZ berbentuk elips dengan panjang sumbu sepanjang b di y dan panjang sumbu sebesar c di Z).

→ Saat $y = 0$

$$\rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

(di bidang XZ bentuk elips dengan sumbu sepanjang a di x dan c di Z).

→ Saat $z = 0$

$$\rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(di bidang XY bentuk Elips dengan sumbu sepanjang a di x dan b di y).

→ Saat $z = (c-1)$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{(c-1)^2}{c^2} = 1 \rightarrow \text{pasti } 0 < \frac{(c-1)^2}{c^2} < 1$$

karena C panjang sumbu → pasti hasilnya $(+)$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{(c-1)^2}{c^2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{c^2 - c^2 + 2c - 1}{c^2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2c-1}{c^2} \rightarrow \text{pasti } 0 < \frac{2c-1}{c^2} < 1$$

► Ubah ke pers. umum elips

$$\left[\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right] \left(\frac{c^2}{2c-1} \right) = 1$$

$$\frac{c^2 x^2}{a^2 (2c-1)} + \frac{c^2 y^2}{b^2 (2c-1)} = 1$$

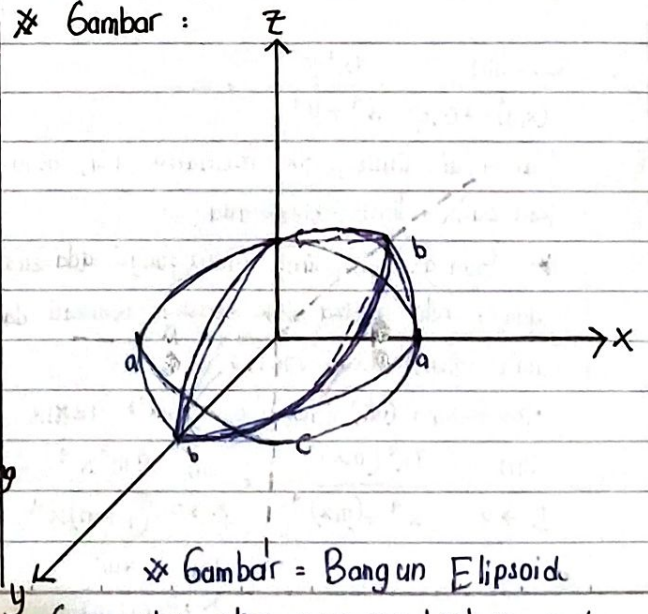
$$\frac{x^2}{a^2 \left(\frac{2c-1}{c^2} \right)} + \frac{y^2}{b^2 \left(\frac{2c-1}{c^2} \right)} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2 \left(\frac{2c-1}{c^2} \right)} + \frac{y^2}{b^2 \left(\frac{2c-1}{c^2} \right)} = 1$$

karena dikali $0 < \frac{2c-1}{c^2} < 1$, maka pasti

panjang sumbunya memendek,

* Gambar :



* Gambar = Bangun Elipsoid

(kumpulan elips yang membentuk suatu bangun ruang).

16 Gambarkan bidang lengkung

b. $z - \frac{1}{2}x = 12$

Saat $z = 0$

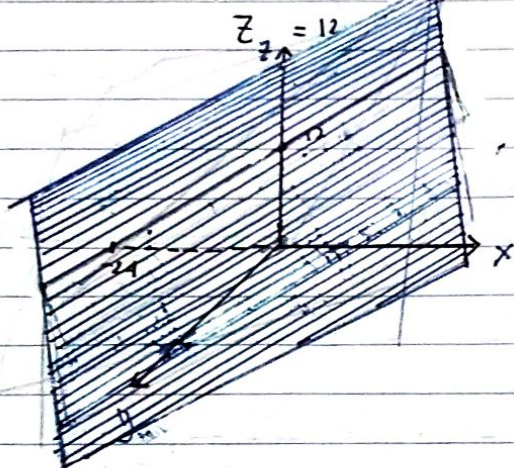
$\rightarrow (0) - \frac{1}{2}x = 12$

$x = -24 \quad (-24, 0, 0)$

Saat $x = 0$

$\rightarrow z - \frac{1}{2}(0) = 12$

$(0, 0, 12)$



Gambar berupa garis lurus pada bidang xz , lalu diperpanjang hingga $y = \infty$, sehingga diperoleh bidang pada gambar.

E. $z = 12 - x^2$

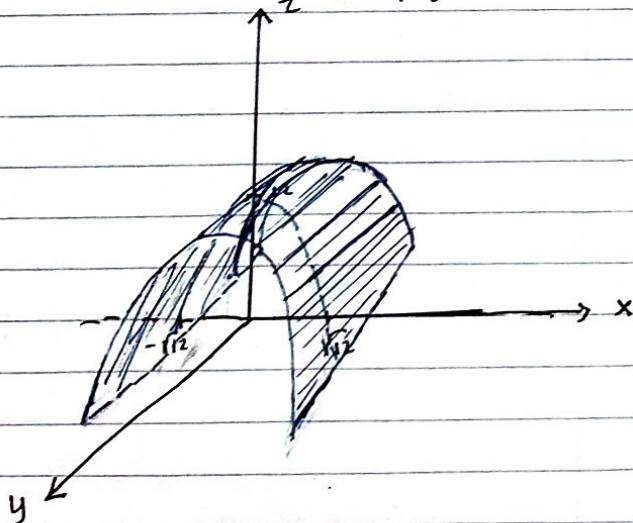
$\rightarrow$ Saat $z = 0$

$\rightarrow x^2 = 12 \rightarrow x = \pm\sqrt{12} \quad (\sqrt{12}, 0, 0)$

$\rightarrow$ Saat $x = 0$

$(-\sqrt{12}, 0, 0)$

$\rightarrow z = 12 \quad (0, 0, 12)$

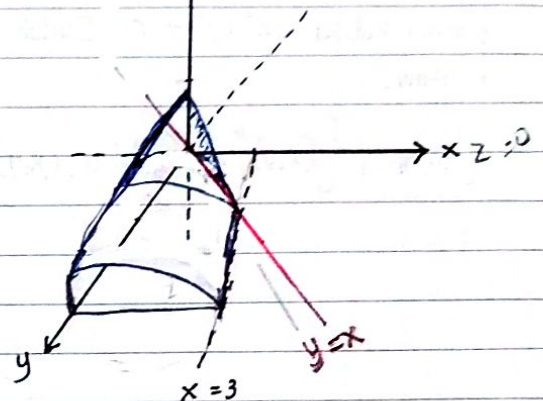


Gambar berupa parabola dengan puncak $(0, 0, 12)$ dan melewati $(\sqrt{12}, 0, 0)$ dan $(-\sqrt{12}, 0, 0)$ serta memanjang sepanjang sumbu y .

22). Sketsa Volume yang dibatasi bidang berikut!

a. $x^2 + z^2 = 9$, $z = 0$, $y = 0$ dan $y = x$ di oktan pertama

$x^2 + z^2 = 9 \rightarrow$ lingkaran jari-jari 3 dan pusat $(0, 0)$ di xz

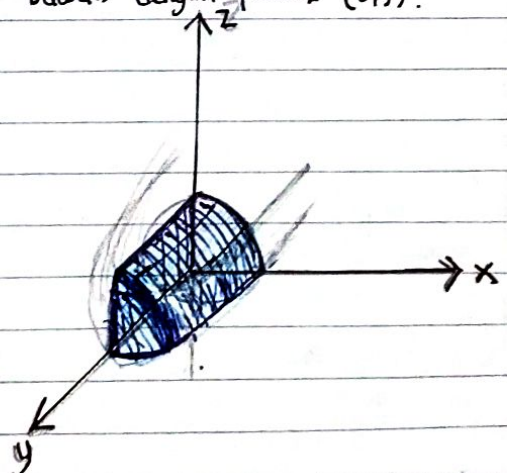


Gambar = Seperempat lingkaran pada bidang xz yang berasal dari lingkaran jari-jari 3 dan pusat $(0, 0, 0)$. Diperpanjang sepanjang y dan terpotong oleh garis $y = x$

F. Oktan pertama daerah yang dibatasi $x^2 + z^2 = 9$ dan $y = -x^2 + 9$

$\rightarrow x^2 + z^2 = 9 \rightarrow$ lingkaran di bidang xz dengan pusat $(0, 0, 0)$ dan panjang jari-jari = 3

$\rightarrow y = -x^2 + 9 \rightarrow$ Grafik parabola menghadap bawah dengan puncak $(0, 9)$.



13. C. Tentukan himpunan terbesar di mana fungsi berikut kontinu

$$F(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{2x^2 + y^2}, & \text{jika } (x,y) \neq (0,0) \\ 1, & \text{jika } (x,y) = 0 \end{cases}$$

Himpunan terbesar $\rightarrow \{(x,y) \mid 2x^2 + y^2 \neq 0, (x,y) \in \mathbb{R}^2\}$

Karena ketika $2x^2 + y^2 \neq 0$, Sudah pasti $F(x,y)$ Kontinu.

Jawab : $\{(x,y) \mid 2x^2 + y^2 \neq 0, (x,y) \in \mathbb{R}^2\}$